M 2012

21006

Subject: Mathematics

[Booklet Number]

Duration : Two Hours

Maximum Marks :100

Read the following instructions carefully.

1. This question paper contains all objective questions. Q.1 to Q.60 carry **one** mark each; Q.61 to Q.80 carry **two** marks each.

2. Questions must be answered on Objective Response Sheet (ORS) by darkening the appropriate bubble (marked A, B, C, D) against the question number on the respective left hand columns. **Each question has only one correct answer.**

3. All ORS will be processed by electronic means. Hence, invalidation of Answer Sheet due to folding or putting stray marks on it or any damage to the Answer Sheet as well as incomplete/incorrect filling of the Answer Sheet will be the sole responsibility of the candidate.

4. **Incorrect answers will carry NEGATIVE marks. For Q.1 to Q.60, 1/3 mark will be deducted for each wrong answer. For Q.61 to Q.80, 2/3 mark will be deducted for each wrong answer.**

5. Answers without any response will be awarded zero mark. **Wrong response or more than one response will be treated as incorrect answer** and negative marks will be awarded for the same.

6. Write your roll number, name and question booklet number at the specified locations of the **ORS**.

7. Use only **Black/Blue Ball Point Pen** to mark the answers by complete filling up of the respective bubbles.

8. **Mobile phones, Calculators, Slide Rules, Log Tables and Electronic Watches with facilities of Calculator, Charts, Graph sheets or any other form of Tables are NOT allowed** in the examination hall. Possession of such devices during the examinations may lead to cancellation of the paper besides seizing of the same.

9. Mark the answers only in the space provided. Please do not make any stray mark on the ORS.

10. Rough work can be done on the question paper itself. Additional blank pages are given at the end of the question paper for rough work.

11. This question paper contains **28** printed pages including pages for rough work. Please check all pages and report, if there is any discrepancy.

12. Please hand over the ORS to the Invigilator before leaving the Examination Hall.

SEAL

SEAL

Q. 1 - Q. 60 carry one mark each.

Q.1 If $(\alpha+\sqrt{\beta})$ and $(\alpha-\sqrt{\beta})$ are the roots of the equation $x^2+px+q=0$ where α, β, p and q are real, then the roots of the equation

$$(p^2-4q)(p^2x^2+4px)-16q=0$$

are

(A) $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$ and $\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$
(B) $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\beta}\right)$ and $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}-\frac{1}{\beta}\right)$
(C) $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$ and $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$
(D) $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$ and $(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})$

Q.2 The number of solutions of the equation $\log_2(x^2+2x-1)=1$ is

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.3 The sum of the series

$$1+\frac{1}{2}\,{}^nC_1+\frac{1}{3}\,{}^nC_2+\dots+\frac{1}{n+1}\,{}^nC_n$$

is equal to

(A) $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ (B) $\frac{3(2^n-1)}{2n}$ (C) $\frac{2^n+1}{n+1}$ (D) $\frac{2^n+1}{2n}$

Q.4 The value of

$$\sum_{r=2}^{\infty}\frac{1+2+\cdots+(r-1)}{r!}$$

is equal to

(A) e (B) $2e$ (C) $\frac{e}{2}$ (D) $\frac{3e}{2}$

Q.5 If

$$P=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix},\ Q=PP^T,$$

then the value of the determinant of Q is equal to

(A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) 0

Q.6 The remainder obtained when $1!+2!+\cdots+95!$ is divided by 15 is

(A) 14 (B) 3 (C) 1 (D) 0

Q.7 If P, Q, R are angles of triangle PQR, then the value of

$$\begin{vmatrix} -1 & \cos R & \cos Q \\ \cos R & -1 & \cos P \\ \cos Q & \cos P & -1 \end{vmatrix}$$

is equal to

(A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

Q.8 The number of real values of α for which the system of equations

$$x + 3y + 5z = \alpha x$$
$$5x + y + 3z = \alpha y$$
$$3x + 5y + z = \alpha z$$

has infinite number of solutions is

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

Q.9 The total number of injections (one-one into mappings) from $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ to $\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7\}$ is

(A) 400 (B) 420 (C) 800 (D) 840

Q.10 Let $(1+x)^{10} = \sum_{r=0}^{10} c_r x^r$ and $(1+x)^7 = \sum_{r=0}^{7} d_r x^r$. If $P = \sum_{r=0}^{5} c_{2r}$ and $Q = \sum_{r=0}^{3} d_{2r+1}$, then $\frac{P}{Q}$ is equal to

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

Q.11 Two decks of playing cards are well shuffled and 26 cards are randomly distributed to a player. Then the probability that the player gets all distinct cards is

(A) ${}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$ (B) $2 \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$
(C) $2^{13} \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$ (D) $2^{26} \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$

Q.12 An urn contains 8 red and 5 white balls. Three balls are drawn at random. Then the probability that balls of both colours are drawn is

(A) $\frac{40}{143}$ (B) $\frac{70}{143}$ (C) $\frac{3}{13}$ (D) $\frac{10}{13}$

Q.13 Two coins are available, one fair and the other two-headed. Choose a coin and toss it once; assume that the unbiased coin is chosen with probability $\frac{3}{4}$. Given that the outcome is head, the probability that the two-headed coin was chosen is

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{7}$

Q.14 Let $\mathbb{R}$ be the set of real numbers and the functions $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ and $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = x^2 + 2x - 3$ and $g(x) = x + 1$. Then the value of x for which $f(g(x)) = g(f(x))$ is

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

Q.15 If a, b, c are in arithmetic progression, then the roots of the equation $ax^2 - 2bx + c = 0$ are

(A) 1 and $\frac{c}{a}$ (B) $-\frac{1}{a}$ and $-c$ (C) -1 and $-\frac{c}{a}$ (D) -2 and $-\frac{c}{2a}$

Q.16 The equation $y^2 + 4x + 4y + k = 0$ represents a parabola whose latus rectum is

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Q.17 If the circles $x^2 + y^2 + 2x + 2ky + 6 = 0$ and $x^2 + y^2 + 2ky + k = 0$ intersect orthogonally, then k is equal to

(A) 2 or $-\frac{3}{2}$ (B) -2 or $-\frac{3}{2}$ (C) 2 or $\frac{3}{2}$ (D) -2 or $\frac{3}{2}$

Q.18 If four distinct points $(2k, 3k), (2,0), (0,3), (0,0)$ lie on a circle, then

(A) $k < 0$ (B) $0 < k < 1$ (C) $k = 1$ (D) $k > 1$

Q.19 The line joining $A(b\cos\alpha,\ b\sin\alpha)$ and $B(a\cos\beta, a\sin\beta)$, where $a \neq b$, is produced to the point $M(x, y)$ so that $AM : MB = b : a$. Then $x\cos\frac{\alpha+\beta}{2} + y\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$ is equal to

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $a^2 + b^2$

Q.20 Let the foci of the ellipse $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ subtend a right angle at a point P. Then the locus of P is

(A) $x^2 + y^2 = 1$ (B) $x^2 + y^2 = 2$ (C) $x^2 + y^2 = 4$ (D) $x^2 + y^2 = 8$

Q.21 The general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+1}$$

is

(A) $log_e |3x + 3y + 2| + 3x + 6y = c$ (B) $log_e |3x + 3y + 2| - 3x + 6y = c$
(C) $log_e |3x + 3y + 2| - 3x - 6y = c$ (D) $log_e |3x + 3y + 2| + 3x - 6y = c$

Q.22 The value of the integral

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \left(\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{\sin x+\cos x}\right) dx$$

is equal to

(A) 16 (B) 8 (C) 4 (D) 1

Q.23 The value of the integral

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+(\tan x)^{101}}\, dx$$

is equal to

(A) 1 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Q.24 The integrating factor of the differential equation

$$3x\, log_e x \frac{dy}{dx} + y = 2\, log_e x$$

is given by

(A) $(log_e x)^3$ (B) $log_e(log_e x)$ (C) $log_e x$ (D) $(log_e x)^{\frac{1}{3}}$

Q.25 Number of solutions of the equation $\tan x + \sec x = 2\cos x,\ \ x \in [0, \pi]$ is

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.26 The value of the integral

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x}\, dx$$

is equal to

(A) $log_e 2$ (B) $log_e 3$ (C) $\frac{1}{4} log_e 2$ (D) $\frac{1}{4} log_e 3$

Q.27 Let $y = \left(\frac{3^x-1}{3^x+1}\right) \sin x + \log_e(1+x)$, $x > -1$. Then at $x = 0$, $\frac{dy}{dx}$ equals

(A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -2

Q.28 Maximum value of the function $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ on the interval $[1, 6]$ is

(A) 1 (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{13}{12}$ (D) $\frac{17}{8}$

Q.29 For $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$, the value of

$$\frac{d}{dx}\left\{\tan^{-1}\frac{\cos x}{1+\sin x}\right\}$$

is equal to

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sin x}{(1+\sin x)^2}$

Q.30 The value of the integral

$$\int_{-2}^{2} (1 + 2\sin x)e^{|x|}\,dx$$

is equal to

(A) 0 (B) $e^2 - 1$ (C) $2(e^2 - 1)$ (D) 1

Q.31 The maximum value of $|z|$ when the complex number z satisfies the condition $\left|z + \frac{2}{z}\right| = 2$ is

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3} + 1$ (D) $\sqrt{3} - 1$

Q.32 If $\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{50} = 3^{25}(x + iy)$, where x and y are real, then the ordered pair (x, y) is

(A) $(-3, 0)$ (B) $(0, 3)$ (C) $(0, -3)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Q.33 If $\frac{z-1}{z+1}$ is purely imaginary, then

(A) $|z| = \frac{1}{2}$ (B) $|z| = 1$ (C) $|z| = 2$ (D) $|z| = 3$

Q.34 There are 100 students in a class. In an examination, 50 of them failed in Mathematics, 45 failed in Physics, 40 failed in Biology and 32 failed in exactly two of the three subjects. Only one student passed in all the subjects. Then the number of students failing in all the three subjects

(A) is 12
(B) is 4
(C) is 2
(D) cannot be determined from the given information

Q.35 A vehicle registration number consists of 2 letters of English alphabet followed by 4 digits, where the first digit is not zero. Then the total number of vehicles with distinct registration numbers is

(A) $26^2 \times 10^4$ (B) ${}^{26}P_2 \times {}^{10}P_4$ (C) ${}^{26}P_2 \times 9 \times {}^{10}P_3$ (D) $26^2 \times 9 \times 10^3$

Q.36 The number of words that can be written using all the letters of the word **'IRRATIONAL'** is

(A) $\frac{10!}{(2!)^3}$ (B) $\frac{10!}{(2!)^2}$ (C) $\frac{10!}{2!}$ (D) 10!

Q.37 Four speakers will address a meeting where speaker Q will always speak after speaker P. Then the number of ways in which the order of speakers can be prepared is

(A) 256 (B) 128 (C) 24 (D) 12

Q.38 The number of diagonals in a regular polygon of 100 sides is

(A) 4950 (B) 4850 (C) 4750 (D) 4650

Q.39 Let the coefficients of powers of x in the 2nd, 3rd and 4th terms in the expansion of $(1+x)^n$, where n is a positive integer, be in arithmetic progression. Then the sum of the coefficients of odd powers of x in the expansion is

(A) 32 (B) 64 (C) 128 (D) 256

Q.40 Let $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = px^2 + qx + r$, such that $f(1) = g(1)$, $f(2) = g(2)$ and $f(3) - g(3) = 2$. Then $f(4) - g(4)$ is

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

Q.41 The sum $1 \times 1! + 2 \times 2! + \cdots + 50 \times 50!$ equals

(A) $51!$ (B) $51! - 1$ (C) $51! + 1$ (D) $2 \times 51!$

Q.42 Six numbers are in A.P. such that their sum is 3. The first term is 4 times the third term. Then the fifth term is

(A) -15 (B) -3 (C) 9 (D) -4

Q.43 The sum of the infinite series

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + \frac{1.3.5.7}{3.6.9.12} + \cdots$$

is equal to

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1}{3}}$

Q.44 The equations $x^2 + x + a = 0$ and $x^2 + ax + 1 = 0$ have a common real root

(A) for no value of a
(B) for exactly one value of a
(C) for exactly two values of a
(D) for exactly three values of a

Q.45 If 64, 27, 36 are the P^{th}, Q^{th} and R^{th} terms of a G.P., then $P + 2Q$ is equal to

(A) R (B) $2R$ (C) $3R$ (D) $4R$

Q.46 If $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z = \frac{3\pi}{2}$, then the value of

$$x^9 + y^9 + z^9 - \frac{1}{x^9y^9z^9}$$

is equal to

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.47 Let p, q, r be the sides opposite to the angles P, Q, R respectively in a triangle PQR. If $r^2 \sin P \sin Q = pq$, then the triangle is

(A) equilateral
(B) acute angled but not equilateral
(C) obtuse angled
(D) right angled

Q.48 Let p, q, r be the sides opposite to the angles P, Q, R respectively in a triangle PQR. Then $2pr\, sin\left(\frac{P-Q+R}{2}\right)$ equals

(A) $p^2 + q^2 + r^2$ (B) $p^2 + r^2 - q^2$ (C) $q^2 + r^2 - p^2$ (D) $p^2 + q^2 - r^2$

Q.49 Let $P\,(2, -3)$, $Q\,(-2, 1)$ be the vertices of the triangle PQR. If the centroid of ΔPQR lies on the line $2x + 3y = 1$, then the locus of R is

(A) $2x + 3y = 9$ (B) $2x - 3y = 7$ (C) $3x + 2y = 5$ (D) $3x - 2y = 5$

Q.50 $\lim_{x \to 0} \frac{\pi^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$

(A) does not exist
(B) equals $log_e(\pi^2)$
(C) equals 1
(D) lies between 10 and 11

Q.51 If f is a real-valued differentiable function such that $f(x)f'(x) < 0$ for all real x, then

(A) $f(x)$ must be an increasing function
(B) $f(x)$ must be a decreasing function
(C) $|f(x)|$ must be an increasing function
(D) $|f(x)|$ must be a decreasing function

Q.52 Rolle's theorem is applicable in the interval $[-2, 2]$ for the function

(A) $f(x) = x^3$ (B) $f(x) = 4x^4$ (C) $f(x) = 2x^3 + 3$ (D) $f(x) = \pi|x|$

Q.53 The solution of

$$25\frac{d^2y}{dx^2} - 10\frac{dy}{dx} + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2e^{1/5}$$

is

(A) $y = e^{5x} + e^{-5x}$ (B) $y = (1+x)e^{5x}$ (C) $y = (1+x)e^{\frac{x}{5}}$ (D) $y = (1+x)e^{-\frac{x}{5}}$

Q.54 Let P be the midpoint of a chord joining the vertex of the parabola $y^2 = 8x$ to another point on it. Then the locus of P is

(A) $y^2 = 2x$ (B) $y^2 = 4x$ (C) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (D) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

Q.55 The line $x = 2y$ intersects the ellipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ at the points P and Q. The equation of the circle with PQ as diameter is

(A) $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ (B) $x^2 + y^2 = 1$ (C) $x^2 + y^2 = 2$ (D) $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}$

Q.56 The eccentric angle in the first quadrant of a point on the ellipse $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$ at a distance 3 units from the centre of the ellipse is

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

Q.57 The transverse axis of a hyperbola is along the x-axis and its length is $2a$. The vertex of the hyperbola bisects the line segment joining the centre and the focus. The equation of the hyperbola is

(A) $6x^2 - y^2 = 3a^2$ (B) $x^2 - 3y^2 = 3a^2$ (C) $x^2 - 6y^2 = 3a^2$ (D) $3x^2 - y^2 = 3a^2$

Q.58 A point moves in such a way that the difference of its distance from two points $(8, 0)$ and $(-8, 0)$ always remains 4. Then the locus of the point is

(A) a circle (B) a parabola (C) an ellipse (D) a hyperbola

Q.59 The number of integer values of m, for which the x-coordinate of the point of intersection of the lines $3x + 4y = 9$ and $y = mx + 1$ is also an integer, is

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 1

Q.60 If a straight line passes through the point (α, β) and the portion of the line intercepted between the axes is divided equally at that point, then $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}$ is

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

Q. 61 to Q. 80 carry two marks each.

Q.61 The coefficient of x^{10} in the expansion of

$$1 + (1 + x) + \dots + (1 + x)^{20}$$

is

(A) ${}^{19}C_9$ (B) ${}^{20}C_{10}$ (C) ${}^{21}C_{11}$ (D) ${}^{22}C_{12}$

Q.62 The system of linear equations

$$\lambda x + y + z = 3$$
$$x - y - 2z = 6$$
$$-x + y + z = \mu$$

has

(A) infinite number of solutions for $\lambda \neq -1$ and all μ
(B) infinite number of solutions for $\lambda = -1$ and $\mu = 3$
(C) no solution for $\lambda \neq -1$
(D) unique solution for $\lambda = -1$ and $\mu = 3$

Q.63 Let A and B be two events with $P(A^C) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ and $P(A \cap B^C) = 0.5$. Then $P(B|A \cup B^C)$ is equal to

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

Q.64 Let p, q, r be the altitudes of a triangle with area S and perimeter $2t$. Then the value of $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}$ is

(A) $\frac{S}{t}$ (B) $\frac{t}{S}$ (C) $\frac{S}{2t}$ (D) $\frac{2S}{t}$

Q.65 Let C_1 and C_2 denote the centres of the circles $x^2 + y^2 = 4$ and $(x-2)^2 + y^2 = 1$ respectively and let P and Q be their points of intersection. Then the areas of triangles C_1PQ and C_2PQ are in the ratio

(A) 3 : 1 (B) 5 : 1 (C) 7 : 1 (D) 9 : 1

Q.66 A straight line through the point of intersection of the lines $x + 2y = 4$ and $2x + y = 4$ meets the coordinate axes at A and B. The locus of the midpoint of AB is

(A) $3(x + y) = 2xy$ (B) $2(x + y) = 3xy$ (C) $2(x + y) = xy$ (D) $x + y = 3xy$

Q.67 Let P and Q be the points on the parabola $y^2 = 4x$ so that the line segment PQ subtends right angle at the vertex. If PQ intersects the axis of the parabola at R, then the distance of the vertex from R is

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

Q.68 The incentre of an equilateral triangle is (1,1) and the equation of one side is $3x + 4y + 3 = 0$. Then the equation of the circumcircle of the triangle is

(A) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$
(B) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 14 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$
(D) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 14 = 0$

Q.69 The value of $\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ is

(A) 1
(B) $\frac{1}{e^2}$
(C) $\frac{1}{2e}$
(D) $\frac{1}{e}$

Q.70 The area of the region bounded by the curves $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$ is

(A) $4 - \log_e 2$
(B) $\frac{1}{4} + \log_e 2$
(C) $3 - \log_e 2$
(D) $\frac{15}{4} - \log_e 2$

Q.71 Let y be the solution of the differential equation

$$x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log x}$$

satisfying $y(1) = 1$. Then y satisfies

(A) $y = x^{y-1}$
(B) $y = x^y$
(C) $y = x^{y+1}$
(D) $y = x^{y+2}$

Q.72 The area of the region, bounded by the curves $y = \sin^{-1}x + x(1-x)$ and $y = \sin^{-1}x - x(1-x)$ in the first quadrant, is

(A) 1
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{4}$

Q.73 The value of the integral

$$\int_1^5 [|x-3| + |1-x|]\,dx$$

is equal to

(A) 4
(B) 8
(C) 12
(D) 16

Q.74 If $f(x)$ and $g(x)$ are twice differentiable functions on (0,3) satisfying $f''(x) = g''(x)$, $f'(1) = 4, g'(1) = 6$, $f(2) = 3$, $g(2) = 9$, then $f(1) - g(1)$ is

(A) 4
(B) -4
(C) 0
(D) -2

Q.75 Let $[x]$ denote the greatest integer less than or equal to x, then the value of the integral

$$\int_{-1}^{1} (|x| - 2[x])\,dx$$

is equal to

(A) 3
(B) 2
(C) -2
(D) -3

Q.76 The points representing the complex number z for which

$$\arg\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

lie on

(A) a circle
(B) a straight line
(C) an ellipse
(D) a parabola

Q.77 Let a, b, c, p, q, r be positive real numbers such that a, b, c are in G.P. and $a^p = b^q = c^r$. Then

(A) p, q, r are in G.P.
(B) p, q, r are in A.P.
(C) p, q, r are in H.P.
(D) p^2, q^2, r^2 are in A.P.

Q.78 Let S_k be the sum of an infinite G.P. series whose first term is k and common ratio is $\frac{k}{k+1}$ $(k > 0)$. Then the value of

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{S_k}$$

is equal to

(A) $log_e 4$
(B) $log_e 2 - 1$
(C) $1 - log_e 2$
(D) $1 - log_e 4$

Q.79 The quadratic equation

$$2x^2 - (a^3 + 8a - 1)x + a^2 - 4a = 0$$

possesses roots of opposite sign. Then

(A) $a \leq 0$
(B) $0 < a < 4$
(C) $4 \leq a < 8$
(D) $a \geq 8$

Q.80 If $\log_e(x^2 - 16) \leq \log_e(4x - 11)$, then

(A) $4 < x \leq 5$
(B) $x < -4$ or $x > 4$
(C) $-1 \leq x \leq 5$
(D) $x < -1$ or $x > 5$

END OF THE ENGLISH QUESTION PAPER

Q. 1 - Q. 60 প্রতিটি প্রশ্নে এক নম্বর আছে।

Q.1 α, β, p এবং q হল এমন চারটি বাস্তবরাশি যাতে $(\alpha+\sqrt{\beta})$ এবং $(\alpha-\sqrt{\beta})$ হল $x^2+px+q=0$ সমীকরণের বীজ। তাহলে

$$(p^2-4q)(p^2x^2+4px)-16q=0$$

সমীকরণের বীজগুলি হল

(A) $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$ এবং $\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$
(B) $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\beta}\right)$ এবং $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}-\frac{1}{\beta}\right)$
(C) $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$ এবং $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$
(D) $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$ এবং $(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})$

Q.2 $\log_2(x^2+2x-1)=1$ সমীকরণটির কতগুলি সমাধান সম্ভব?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.3 $1+\frac{1}{2}\,{}^nC_1+\frac{1}{3}\,{}^nC_2+\ldots+\frac{1}{n+1}\,{}^nC_n$ শ্রেণীটির যোগফল

(A) $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ (B) $\frac{3(2^n-1)}{2n}$ (C) $\frac{2^n+1}{n+1}$ (D) $\frac{2^n+1}{2n}$

Q.4 $\sum_{r=2}^{\infty}\frac{1+2+\cdots+(r-1)}{r!}$-এর মান হল

(A) e (B) $2e$ (C) $\frac{e}{2}$ (D) $\frac{3e}{2}$

Q.5 যদি

$$P=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 1\end{bmatrix} \text{ এবং } Q=PP^T \text{ হয়,}$$

তাহলে Q -এর নির্ণায়কের মান হল

(A) 2 (B) −2 (C) 1 (D) 0

Q.6 $1!+2!+\cdots+95!$ কে 15 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হয়

(A) 14 (B) 3 (C) 1 (D) 0

Q.7 P, Q, R যদি PQR ত্রিভুজের তিনটি কোণ হয়, তাহলে

$$\begin{vmatrix} -1 & \cos R & \cos Q \\ \cos R & -1 & \cos P \\ \cos Q & \cos P & -1 \end{vmatrix}$$

নির্ণায়কটির মান হল

(A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

Q.8 α-এর কতগুলি বাস্তব মানের জন্য

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= \alpha x \\ 5x + y + 3z &= \alpha y \\ 3x + 5y + z &= \alpha z \end{aligned}$$

সমীকরণসমূহের অসীমসংখ্যক সমাধান থাকবে?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

Q.9 $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ থেকে $\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7\}$ -এ সর্বমোট ঐকিক চিত্রণের (one-one into mappings) সংখ্যা হল

(A) 400 (B) 420 (C) 800 (D) 840

Q.10 ধরা যাক, $(1+x)^{10} = \sum_{r=0}^{10} c_r x^r$ এবং $(1+x)^7 = \sum_{r=0}^{7} d_r x^r$ । যদি $P = \sum_{r=0}^{5} c_{2r}$ এবং $Q = \sum_{r=0}^{3} d_{2r+1}$ হয়, তাহলে $\frac{P}{Q}$ -এর মান হল

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

Q.11 তাসের দুটি প্যাকেটকে ভালোভাবে মিশিয়ে দিয়ে তার থেকে যদৃচ্ছভাবে 26 টি তাস একজন খেলোয়াড় কে দেওয়া হল। তাহলে ঐ খেলোয়াড়ের প্রতিটি তাসই ভিন্ন পাওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) ${}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$ (B) $2 \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$

(C) $2^{13} \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$ (D) $2^{26} \times {}^{52}C_{26} \,/\, {}^{104}C_{26}$

Q.12 একটি পাত্রে 8 টি লাল এবং 5 টি সাদা বল আছে। সেখান থেকে যদৃচ্ছভাবে তিনটি বল তোলা হল। তাহলে দুরকম রঙেরই বল তোলার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{40}{143}$ (B) $\frac{70}{143}$ (C) $\frac{3}{13}$ (D) $\frac{10}{13}$

Q.13 দুটি মুদ্রা আছে। একটি ঝোঁকশূন্য (fair) এবং অন্যটির দুদিকেই হেড (head)। একটি মুদ্রা নির্বাচন করা হল এবং নির্বাচিত মুদ্রাটিকে একবার টস (toss) করা হল। ধরা যাক, ঝোঁকশূন্য মুদ্রাটি নির্বাচনের সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$। টসে যদি হেড এসে থাকে, তবে দুই হেড-ওলা মুদ্রাটি নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{7}$

Q.14 ধরা যাক বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ এবং $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ও $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ অপেক্ষকদ্বয়ের সংজ্ঞা নিম্নরূপ $f(x) = x^2 + 2x - 3$ এবং $g(x) = x + 1$। তাহলে x-এর যে মানের জন্য $f(g(x)) = g(f(x))$ সেটি হল

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

Q.15 a, b, c যদি সমান্তর প্রগতিভুক্ত হয়, তাহলে $ax^2 - 2bx + c = 0$ সমীকরণটির বীজগুলি হল

(A) 1 এবং $\frac{c}{a}$ (B) $-\frac{1}{a}$ এবং $-c$ (C) -1 এবং $-\frac{c}{a}$ (D) -2 এবং $-\frac{c}{2a}$

Q.16 $y^2 + 4x + 4y + k = 0$ অধিবৃত্তটির নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য হল

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Q.17 দুটি বৃত্ত $x^2 + y^2 + 2x + 2ky + 6 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 2ky + k = 0$ লম্বভাবে ছেদ করে। তাহলে k -এর মান হল

(A) 2 বা $-\frac{3}{2}$ (B) -2 বা $-\frac{3}{2}$ (C) 2 বা $\frac{3}{2}$ (D) -2 বা $\frac{3}{2}$

Q.18 যদি চারটি স্বতন্ত্র বিন্দু $(2k, 3k), (2,0), (0,3), (0,0)$ একই বৃত্তের ওপর অবস্থিত হয়, তাহলে

(A) $k < 0$ (B) $0 < k < 1$ (C) $k = 1$ (D) $k > 1$

Q.19 $A(b\cos\alpha,\ b\sin\alpha)$ এবং $B(a\cos\beta, a\sin\beta)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাটি $M(x,y)$ বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল যাতে $AM : MB = b : a$ হয়, যেখানে $a \neq b$। তাহলে $x\cos\frac{\alpha+\beta}{2} + y\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$ -এর মান হবে

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $a^2 + b^2$

Q.20 $\frac{x^2}{9}+ y^2 = 1$ উপবৃত্তটির নাভিদ্বয় P বিন্দুতে একটি সমকোণ উৎপন্ন করে। তবে P বিন্দুটির সঞ্চারপথ হল

(A) $x^2 + y^2 = 1$ (B) $x^2 + y^2 = 2$ (C) $x^2 + y^2 = 4$ (D) $x^2 + y^2 = 8$

Q.21 $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{2x+2y+1}$ -এর সাধারণ সমাধান হবে

(A) $log_e\,|3x + 3y + 2| + 3x + 6y = c$
(B) $log_e\,|3x + 3y + 2| - 3x + 6y = c$
(C) $log_e\,|3x + 3y + 2| - 3x - 6y = c$
(D) $log_e\,|3x + 3y + 2| + 3x - 6y = c$

Q.22 $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \left(\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{\sin x+\cos x}\right) dx$ সমাকলটির মান

(A) 16 (B) 8 (C) 4 (D) 1

Q.23 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+(\tan x)^{101}}\, dx$ -এর মান

(A) 1 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Q.24 $3x\, log_e x \,\frac{dy}{dx} + y = 2\, log_e x$
এই অন্তরকল সমীকরণটির সমাকল গুণক (integrating factor) হল

(A) $(log_e x)^3$ (B) $log_e(log_e x)$ (C) $log_e x$ (D) $(log_e x)^{\frac{1}{3}}$

Q.25 $[0, \pi]$ অন্তরালে $\tan x + \sec x = 2\cos x$ সমীকরণটির কতগুলি সমাধান আছে?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.26 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x}\, dx$ সমাকলটির মান

(A) $log_e 2$ (B) $log_e 3$ (C) $\frac{1}{4} log_e 2$ (D) $\frac{1}{4} log_e 3$

Q.27 ধরা যাক $y = \left(\frac{3^x-1}{3^x+1}\right)\sin x + \log_e(1+x),\ x > -1$ । তাহলে $x = 0$ তে $\frac{dy}{dx}$ -এর মান হবে

(A) 1 (B) 0 (C) −1 (D) −2

Q.28 [1, 6] অন্তরালে $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ অপেক্ষকটির চরম মান হল

(A) 1 (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{13}{12}$ (D) $\frac{17}{8}$

Q.29 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ অন্তরালে

$$\frac{d}{dx}\left\{\tan^{-1}\frac{\cos x}{1+\sin x}\right\}$$

-এর মান

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sin x}{(1+\sin x)^2}$

Q.30 $$\int_{-2}^{2}(1+2\sin x)e^{|x|}\,dx$$

সমাকলটির মান হল

(A) 0 (B) $e^2 - 1$ (C) $2(e^2 - 1)$ (D) 1

Q.31 কোনো জটিল রাশি z যদি $\left|z + \frac{2}{z}\right| = 2$ শর্তটি সিদ্ধ করে, তাহলে $|z|$-এর চরম মান হবে

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3} + 1$ (D) $\sqrt{3} - 1$

Q.32 x এবং y বাস্তব সংখ্যাদ্বয়ের জন্য যদি $\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{50} = 3^{25}(x + iy)$ হয়, তাহলে (x, y) এই ক্রমিক জোড়ের মান হবে

(A) (−3, 0) (B) (0, 3) (C) (0, −3) (D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Q.33 $\frac{z-1}{z+1}$ যদি একটি বিশুদ্ধ কাল্পনিক রাশি হয়, তাহলে

(A) $|z| = \frac{1}{2}$ (B) $|z| = 1$ (C) $|z| = 2$ (D) $|z| = 3$

Q.34 কোনো একটি পরীক্ষায় একটি শ্রেণীর 100 জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে 50 জন অঙ্কে, 45 জন পদার্থবিদ্যায়, 40 জন জীববিদ্যায় এবং 32 জন তিনটি বিষয়ের মধ্যে ঠিক দুটিতে অকৃতকার্য হয়েছে। যদি মাত্র একজন সববিষয়ে কৃতকার্য হয়ে থাকে, তবে যে কজন ছাত্র সব বিষয়ে অকৃতকার্য হয়েছে, তাদের সংখ্যা

(A)12

(B) 4

(C) 2

(D) প্রদত্ত তথ্য থেকে নির্ণয় করা যাবেনা

Q.35 একটি গাড়ীর নম্বর ইংরাজী বর্ণমালার 2 টি অক্ষর এবং 4 টি অঙ্ক দ্বারা গঠিত হয়, যার প্রথম অঙ্কটি শূন্য নয়। তাহলে পৃথক পৃথক নম্বর যুক্ত মোট গাড়ীর সংখ্যা হবে

(A) $26^2 \times 10^4$ (B) ${}^{26}P_2 \times {}^{10}P_4$ (C) ${}^{26}P_2 \times 9 \times {}^{10}P_3$ (D) $26^2 \times 9 \times 10^3$

Q.36 **'IRRATIONAL'** শব্দটির সবগুলি অক্ষর ব্যবহার করে যতগুলি শব্দ লেখা যায়, তার সংখ্যা হল

(A) $\frac{10!}{(2!)^3}$ (B) $\frac{10!}{(2!)^2}$ (C) $\frac{10!}{2!}$ (D) 10!

Q.37 চারজন বক্তা একটি সভায় এমনভাবে বক্তব্য রাখবেন যাতে বক্তা Q সর্বদাই বক্তা P -এর পরে বক্তব্য রাখেন। তাহলে যতভাবে বক্তাদের ক্রম তৈরী করা যেতে পারে তার সংখ্যাটি হল

(A) 256 (B) 128 (C) 24 (D) 12

Q.38 একটি সুষম 100 -ভূজের কর্ণসংখ্যা হল

(A) 4950 (B) 4850 (C) 4750 (D) 4650

Q.39 n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। $(1+x)^n$ -এর বিস্তৃতির দ্বিতীয়, তৃতীয় এবং চতুর্থ পদগুলিতে x -এর ঘাতের সহগগুলি যদি সমান্তর প্রগতিতে থাকে, তাহলে x -এর বিজোড় ঘাতগুলির সহগগুলির যোগফল হল

(A) 32 (B) 64 (C) 128 (D) 256

Q.40 ধরা যাক $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = px^2 + qx + r$, যেখানে $f(1) = g(1)$, $f(2) = g(2)$ এবং $f(3) - g(3) = 2$ । তাহলে $f(4) - g(4)$ -এর মান হল

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

γ

Q.41 $1 \times 1! + 2 \times 2! + \cdots + 50 \times 50!$ শ্রেণীটির যোগফল হল

(A) $51!$ (B) $51! - 1$ (C) $51! + 1$ (D) $2 \times 51!$

Q.42 সমান্তর প্রগতিভুক্ত 6 টি সংখ্যার সমষ্টি 3 এবং প্রথম পদটি দ্বিতীয় পদের 4 গুণ। তাহলে পঞ্চম পদটি হল

(A) -15 (B) -3 (C) 9 (D) -4

Q.43 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + \frac{1.3.5.7}{3.6.9.12} + \cdots$
অসীম শ্রেণীটির সমষ্টি হল

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1}{3}}$

Q.44 $x^2 + x + a = 0$ এবং $x^2 + ax + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি বাস্তব সাধারণ বীজ থাকতে পারে

(A) a-এর কোনো মানের জন্যই নয় (B) a-এর একটি মাত্র মানের জন্য
(C) a-এর দুটি মাত্র মানের জন্য (D) a-এর তিনটি মাত্র মানের জন্য

Q.45 একটি গুণোত্তর প্রগতির P-তম, Q-তম এবং R-তম পদগুলি যদি যথাক্রমে 64, 27 এবং 36 হয়, তাহলে $P + 2Q$ এর মান হল

(A) R (B) $2R$ (C) $3R$ (D) $4R$

Q.46 যদি $sin^{-1}x + sin^{-1}y + sin^{-1}z = \frac{3\pi}{2}$ হয়, তাহলে

$$x^9 + y^9 + z^9 - \frac{1}{x^9y^9z^9}$$

-এর মান হল

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Q.47 PQR ত্রিভুজে P, Q, R কোণের বিপরীত বাহুগুলি যথাক্রমে p, q, r । যদি $r^2 sin\, P\, sin\, Q = pq$ হয়, তাহলে ত্রিভুজটি হল

(A) সমবাহু (B) সূক্ষ্মকোণী, কিন্তু সমবাহু নয়
(C) স্থূলকোণী (D) সমকোণী

Q.48 PQR ত্রিভুজে P, Q, R কোণের বিপরীত বাহুগুলি যথাক্রমে p, q, r । তাহলে $2pr\,sin\left(\frac{P-Q+R}{2}\right)$ -এর মান হল

(A) $p^2 + q^2 + r^2$ (B) $p^2 + r^2 - q^2$ (C) $q^2 + r^2 - p^2$ (D) $p^2 + q^2 - r^2$

Q.49 PQR ত্রিভুজে $P\,(2, -3)$, $Q\,(-2, 1)$ শীর্ষবিন্দু। যদি ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র $2x + 3y = 1$ রেখাটির ওপর অবস্থিত হয়, তাহলে R বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ হবে

(A) $2x + 3y = 9$ (B) $2x - 3y = 7$ (C) $3x + 2y = 5$ (D) $3x - 2y = 5$

Q.50 $\lim_{x\to 0} \frac{\pi^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$ -এর মান

(A) অস্তিত্বহীন
(B) $log_e(\pi^2)$
(C) 1
(D) 10 এবং 11-এর মধ্যে থাকবে

Q.51 $f(x)$ একটি বাস্তবমানসম্পন্ন অন্তরকলনযোগ্য অপেক্ষক। x-এর সমস্ত বাস্তবমানের জন্য যদি $f(x)f'(x) < 0$ হয়, তাহলে

(A) $f(x)$ আবশ্যিকভাবে একটি বর্ধমান অপেক্ষক।
(B) $f(x)$ আবশ্যিকভাবে একটি হ্রাসমান অপেক্ষক।
(C) $|f(x)|$ আবশ্যিকভাবে একটি বর্ধমান অপেক্ষক।
(D) $|f(x)|$ আবশ্যিকভাবে একটি হ্রাসমান অপেক্ষক।

Q.52 Rolle-এর উপপাদ্য $[-2, 2]$ অন্তরালে(interval) যে অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য সেটি হল

(A) $f(x) = x^3$ (B) $f(x) = 4x^4$ (C) $f(x) = 2x^3 + 3$ (D) $f(x) = \pi|x|$

Q.53 $25\frac{d^2y}{dx^2} - 10\frac{dy}{dx} + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2e^{1/5}$
-এর সমাধান হবে

(A) $y = e^{5x} + e^{-5x}$ (B) $y = (1+x)e^{5x}$ (C) $y = (1+x)e^{\frac{x}{5}}$ (D) $y = (1+x)e^{-\frac{x}{5}}$

Q.54 $y^2 = 8x$ অধিবৃত্তটির ওপরের একটি বিন্দু থেকে অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে জ্যা পাওয়া যায়, তার মধ্যবিন্দু হল P । তাহলে P বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ হল

(A) $y^2 = 2x$ (B) $y^2 = 4x$ (C) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (D) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

Q.55 $x = 2y$ রেখাটি $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ উপবৃত্তকে P এবং Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ কে ব্যাস ধরে যে বৃত্তটি পাওয়া যাবে সেটির সমীকরণ হল

(A) $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ (B) $x^2 + y^2 = 1$ (C) $x^2 + y^2 = 2$ (D) $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}$

Q.56 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$ উপবৃত্তের কেন্দ্র থেকে উপবৃত্তের ওপরের যে বিন্দুটির দূরত্ব 3 একক, সেটির উৎকেন্দ্রিক কোণ (প্রথম পাদে) হল

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

Q.57 একটি পরাবৃত্তের অনুপ্রস্থ অক্ষটি x-অক্ষ বরাবর, যার দৈর্ঘ্য $2a$ । পরাবৃত্তটির নাভি এবং কেন্দ্র যোগ করলে যে রেখাংশ পাওয়া যায় সেটিকে পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু সমদ্বিখণ্ডিত করে। তাহলে পরাবৃত্তটির সমীকরণ হল

(A) $6x^2 - y^2 = 3a^2$ (B) $x^2 - 3y^2 = 3a^2$ (C) $x^2 - 6y^2 = 3a^2$ (D) $3x^2 - y^2 = 3a^2$

Q.58 একটি চলমান বিন্দুর $(8, 0)$ এবং $(-8, 0)$ বিন্দুদ্বয় থেকে দূরত্বের ব্যবধান সর্বদাই 4 । তাহলে ঐ বিন্দুটির সঞ্চারপথ একটি

(A) বৃত্ত (B) অধিবৃত্ত (C) উপবৃত্ত (D) পরাবৃত্ত

Q.59 কতগুলি পূর্ণসংখ্যা m আছে যার জন্য $3x + 4y = 9$ এবং $y = mx + 1$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর x-স্থানাঙ্কও একটি পূর্ণসংখ্যা?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 1

Q.60 একটি সরলরেখা (α, β) বিন্দুগামী এবং দুটি অক্ষের মধ্যেকার রেখাংশটি ঐ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। তাহলে $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}$ -র মান হল

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

Q. 61 থেকে Q. 80 প্রতিটি প্রশ্নে দুই নম্বর আছে।

Q.61 $1 + (1+x) + \ldots + (1+x)^{20}$
এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ হবে

(A) ${}^{19}C_9$ (B) ${}^{20}C_{10}$ (C) ${}^{21}C_{11}$ (D) ${}^{22}C_{12}$

Q.62

$$\lambda x + y + z = 3$$
$$x - y - 2z = 6$$
$$-x + y + z = \mu$$

সমীকরণ সমূহের

(A) $\lambda \neq -1$ এবং μ এর সকল মানের জন্য অসীম সংখ্যক সমাধান থাকবে।

(B) $\lambda = -1$ এবং $\mu = 3$ হলে অসীম সংখ্যক সমাধান থাকবে।

(C) $\lambda \neq -1$ হলে কোন সমাধান থাকবে না।

(D) $\lambda = -1$ এবং $\mu = 3$ হলে একটি মাত্র (unique) সমাধান থাকবে।

Q.63 যদি A এবং B দুটি ঘটনা এবং $P(A^C) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B^C) = 0.5$ হয়, তাহলে $P(B|A \cup B^C)$ এর মান হবে

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

Q.64 একটি ত্রিভুজের উচ্চতাগুলি p, q, r ; ক্ষেত্রফল S এবং পরিসীমা $2t$ । তাহলে $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}$ এর মান হবে

(A) $\frac{S}{t}$ (B) $\frac{t}{S}$ (C) $\frac{S}{2t}$ (D) $\frac{2S}{t}$

Q.65 $x^2 + y^2 = 4$ এবং $(x-2)^2 + y^2 = 1$ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রবিন্দুদুটি যথাক্রমে C_1 এবং C_2 । P এবং Q বৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দুদ্বয় হলে C_1PQ এবং C_2PQ ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে

(A) 3 : 1 (B) 5 : 1 (C) 7 : 1 (D) 9 : 1

Q.66 $x + 2y = 4$ এবং $2x + y = 4$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়কে A এবং B বিন্দুতে ছেদ করে। AB সরলরেখার মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথটি হবে

(A) $3(x+y) = 2xy$ (B) $2(x+y) = 3xy$ (C) $2(x+y) = xy$ (D) $x + y = 3xy$

Q.67 $y^2 = 4x$ অধিবৃত্তটির উপরে অবস্থিত P এবং Q দুটি বিন্দু। PQ রেখাংশটি অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে সমকোণ উৎপন্ন করে। PQ যদি অধিবৃত্তের অক্ষকে R বিন্দুতে ছেদ করে, তাহলে R থেকে শীর্ষবিন্দুটির দূরত্ব

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

Q.68 একটি ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র (1, 1) এবং একটি বাহুর সমীকরণ $3x + 4y + 3 = 0$ । তাহলে ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্তের সমীকরণ হল

(A) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 14 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 14 = 0$

Q.69 $\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ এর মান

(A) 1 (B) $\frac{1}{e^2}$ (C) $\frac{1}{2e}$ (D) $\frac{1}{e}$

Q.70 $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$ রেখাগুলির দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হল

(A) $4 - \log_e 2$ (B) $\frac{1}{4} + \log_e 2$ (C) $3 - \log_e 2$ (D) $\frac{15}{4} - \log_e 2$

Q.71 y যদি $x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y\log x}$ সমাকল সমীকরণটির এমন সমাধান হয় যাতে $y(1) = 1$, তাহলে y যে শর্তটিকে সিদ্ধ করবে সেটি হল

(A) $y = x^{y-1}$ (B) $y = x^y$ (C) $y = x^{y+1}$ (D) $y = x^{y+2}$

Q.72 $y = \sin^{-1}x + x(1-x)$ এবং $y = \sin^{-1}x - x(1-x)$ বক্ররেখাদ্বয়ের দ্বারা সীমাবদ্ধ প্রথমপাদে অবস্থিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

Q.73 $\int_1^5 [|x-3| + |1-x|]\, dx$ সমাকলটির মান

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

Q.74 (0,3) অন্তরালে $f(x)$ এবং $g(x)$ দুটি দুবার অন্তরকলনযোগ্য অপেক্ষক। যদি $f''(x) = g''(x)$, $f'(1) = 4, g'(1) = 6$, $f(2) = 3$, $g(2) = 9$ হয়, তাহলে $f(1) - g(1)$ -এর মান হবে

(A) 4 (B) −4 (C) 0 (D) −2

Q.75 ধরা যাক $[x]$ বৃহত্তম সেই পূর্ণসংখ্যাটিকে সূচিত করে যেটি x-এর থেকে ছোট বা সমান। তাহলে

$$\int_{-1}^{1} (|x| - 2[x])\, dx$$

-এর মান হল

(A) 3 (B) 2 (C) −2 (D) −3

Q.76 যে সমস্ত জটিল রাশি z -এর জন্য

$$\arg\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

সেই z -গুলির সূচক বিন্দুগুলি অবস্থান করবে

(A) একটি বৃত্তের ওপর
(B) একটি সরলরেখার ওপর
(C) একটি উপবৃত্তের ওপর
(D) একটি অধিবৃত্তের ওপর

Q.77 ধরা যাক a, b, c, p, q, r এমন ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা যেখানে a, b, c গুণোত্তর প্রগতিভুক্ত এবং $a^p = b^q = c^r$ । তাহলে

(A) p, q, r গুণোত্তর প্রগতিভুক্ত
(B) p, q, r সমান্তর প্রগতিভুক্ত
(C) p, q, r হরাত্মক প্রগতিভুক্ত
(D) p^2, q^2, r^2 সমান্তর প্রগতিভুক্ত

Q.78 একটি অসীম গুণোত্তর শ্রেণীর সমষ্টি S_k, যার প্রথম পদ k এবং সাধারণ অনুপাত $\frac{k}{k+1}$ $(k > 0)$। তাহলে

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{S_k}$$

এর মান হবে

(A) $\log_e 4$
(B) $\log_e 2 - 1$
(C) $1 - \log_e 2$
(D) $1 - \log_e 4$

Q.79 $2x^2 - (a^3 + 8a - 1)x + a^2 - 4a = 0$
দ্বিঘাত সমীকরণটির ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় প্রকার বীজই আছে। তাহলে

(A) $a \leq 0$
(B) $0 < a < 4$
(C) $4 \leq a < 8$
(D) $a \geq 8$

Q.80 যদি $\log_e(x^2 - 16) \leq \log_e(4x - 11)$ হয়, তবে

(A) $4 < x \leq 5$
(B) $x < -4$ বা $x > 4$
(C) $-1 \leq x \leq 5$
(D) $x < -1$ বা $x > 5$

END OF THE BENGALI QUESTION PAPER

γ

Space for Rough Work

Space for Rough Work